

## MODELAÇÃO POR ELEMENTOS DE CASCA DOS MÚSCULOS DO PAVIMENTO PÉLVICO

D. d'Aulignac<sup>1</sup>, J.A.C. Martins<sup>1</sup>, T. Mascarenhas<sup>2</sup>, E.B. Pires<sup>1</sup> \*

\* 1 - Departamento de Engenharia Civil e ICIST  
Instituto Superior Técnico  
Av. Rovisco Pais  
1049-001 Lisboa  
Portugal  
e-mail: {diego,jmartins,bpires}@civil.ist.utl.pt  
web: <http://www.civil.ist.utl.pt/>

2 - Hospital de São João  
Departamento de Ginecologia e Obstetrícia  
Faculdade de Medicina  
Universidade do Porto  
Porto  
Portugal

**Resumo.** *Nesta comunicação modela-se o pavimento pélvico utilizando elementos finitos. Esta modelação faz parte de um trabalho que tem por objectivos a compreensão da sua estrutura global e função e a análise dos danos que lhe são causados durante o parto vaginal de que pode resultar incontinência urinária. O pavimento pélvico é formado por uma larga rede muscular que se estende de um lado ao outro da pélvis por forma a suportar os órgãos pélvicos e abdominais. O mecanismo de suporte envolve as interligações de várias estruturas de entre as quais se destaca o músculo elevador do ânus, em que se apoia a uretra, a vagina e o recto. A superfície deste músculo foi reconstruída com o software Rhino criando superfícies NURBS. Utilizaram-se dados geométricos pontuais obtidos através de medições efectuadas em cadáveres por outros autores [9]. Como o pavimento pélvico tem uma espessura muito pequena adaptou-se à teoria das cascas o modelo 3-D desenvolvido em [11] para o comportamento activo e passivo dos músculos esqueléticos. Usando elementos de casca triangulares e o programa ABAQUS realizam-se simulações numéricas da deformação e contracção do músculo elevador do ânus.*

## 1. INTRODUÇÃO

O pavimento pélvico é formado por uma larga rede muscular que se estende de um lado ao outro da pélvis, por forma a suportar os órgãos pélvicos e abdominais. O mecanismo de suporte envolve as interligações de várias estruturas:

1. o arco tendíneo, que é uma banda fibrosa ligada na frente ao osso púbico e atrás à espinha ciática;
2. o elevador do ânus, em que se apoiam a uretra, a vagina e o recto; este músculo é constituído por fibras musculares de contracção lenta do tipo I e por fibras musculares de contracção rápida do tipo II; pelo menos 80 % do músculo elevador do ânus é constituído por fibras do tipo I que produzem menores forças na contracção mas que são resistentes à fadiga;
3. a fáscia endopélvica, que liga os órgãos pélvicos.

A abertura no músculo elevador do ânus através da qual passam a uretra e a vagina é denominada hiato urogenital. O recto também passa por esta abertura, mas porque os músculos elevadores do ânus se ligam directamente ao ânus, não está incluído no hiato. O hiato está limitado anteriormente pelos ossos púbicos, lateralmente pelos músculos elevadores do ânus e posteriormente pelo corpo perineal e pelo esfíncter anal. Na sua activação de base normal, o músculo elevador do ânus mantém o hiato urogenital fechado. O músculo elevador do ânus aperta fortemente a vagina, a uretra e o recto, comprimindo estes órgãos contra o osso púbico e eleva o pavimento e os órgãos [2].

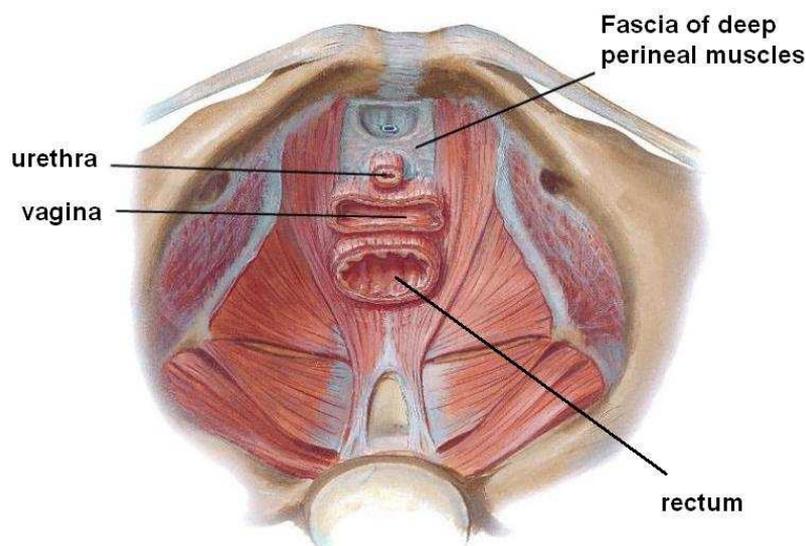


Figura 1. Desenho anatómico do músculo elevador do ânus.



Figura 2. Imagem da pélvis obtida por MRI.

## 2. MODELO GEOMÉTRICO

Como o músculo elevador do ânus tem uma espessura muito pequena torna-se muito difícil construir modelos geométricos a partir de dados obtidos por ressonância magnética (MRI) ou por tomografia computadorizada (CT). Apesar de outros autores já terem conseguido fazer esta construção com sucesso no passado para efeitos de visualização [13, 7], achou-se que estes modelos não eram adequados para simulações por elementos finitos por causa das malhas geradas.

Daí que se tenha preferido usar dados geométricos pontuais obtidos por Janda et al [9] a partir de medições efectuadas em cadáveres para reconstruir a superfície do músculo elevador do ânus. Todas as medições foram efectuadas num cadáver embalsamado de uma mulher de 72 anos, obtido para investigação científica, que não apresentava nenhuma patologia no pavimento pélvico. Os detalhes do procedimento adoptado podem encontrar-se em [9]. O resultado consiste num conjunto de pontos 3-D do pavimento pélvico que está disponível na internet<sup>1</sup>.

A superfície do músculo foi construída a partir deste conjunto de pontos em dois passos consecutivos. Primeiramente definiram-se os bordos do músculo utilizando splines. Seguidamente criaram-se superfícies NURBS a partir das splines utilizando o software Rhino<sup>2</sup>. Uma vez triangularizadas, estas superfícies fornecem um modelo geométrico adequado para simulações por

<sup>1</sup>[http://www.wbmt.tudelft.nl/mms/morph\\_data/index.htm](http://www.wbmt.tudelft.nl/mms/morph_data/index.htm)

<sup>2</sup><http://www.rhino3d.com>

elementos finitos.

### 3. MODELO MECÂNICO DO MÚSCULO

Como o pavimento pélvico tem uma espessura muito pequena (aproximadamente  $2mm$ ) adaptou-se à teoria de cascas o modelo 3-D desenvolvido em [11] para o comportamento activo e passivo dos músculos esqueléticos. O tensor das tensões de Cauchy para um corpo 3-D incompressível é dado por

$$\sigma = \frac{1}{J} \text{dev} [2U'_I B + U'_f \lambda_f (n \otimes n)] + pI \quad (1)$$

em que

$$U'_I = \frac{\partial U_I}{\partial I_1^C}$$

representa a variação na energia de deformação armazenada na matriz isotrópica que se admite embeber as fibras musculares,

$$U'_f = \frac{\partial U_f}{\partial \lambda_f}$$

é a variação na energia de deformação armazenada em cada família de fibras musculares,  $p$  é a pressão hidrostática e

$$\text{dev}[\cdot] = (\cdot) - \frac{1}{3} \text{tr}(\cdot) I.$$

O gradiente da deformação  $F$  é dado por

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{21} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p & 0 \\ 0 & F_{33} \end{bmatrix}$$

em que se denotou por 3 o eixo que em todas as configurações da casca é normal ao seu folheto médio e em que  $(1,2,3)$  é um triedro ortonormado. Como se admite incompressibilidade  $J = \det F = 1$ . Deste modo

$$F_{33} = \frac{1}{\det F_p}.$$

Portanto o tensor de Cauchy-Green à esquerda vem dado por

$$B = FF^T = \begin{bmatrix} B_p & 0 \\ 0 & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p F_p^T & 0 \\ 0 & F_{33}^2 \end{bmatrix}$$

e o tensor de Cauchy-Green à direita por

$$C = F^T F = \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p^T F_p & 0 \\ 0 & F_{33}^2 \end{bmatrix}.$$

O primeiro invariante do tensor das deformações de Cauchy-Green à direita pode então ser calculado através de

$$I_1^C = \text{tr}(C_p) + C_{33}$$

e o alongamento na direcção  $N_p$  da fibra indeformada por meio de

$$\lambda_f = \sqrt{N_p^T C N_p}.$$

A direcção actual da fibra muscular  $n_p$  vem então dada por

$$n_p = \frac{F_p N_p}{\lambda_f}.$$

Dado que  $\sigma_{33} = 0$  obtem-se, a partir de (1), para a pressão  $p$ , o valor

$$p = \frac{1}{3} [2U_I'(\text{tr}(B_p) - 2B_{33}) + \lambda_f U_f'] . \quad (2)$$

Deste modo o tensor das tensões no plano vem dado por

$$\sigma_p = 2U_I'(B_p - B_{33}I_p) + \lambda_f U_f'(n_p \otimes n_p). \quad (3)$$

Derivando obtem-se

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_p = & 2U_I'' \dot{I}_1^C (B_p - B_{33}I_p) \\ & + 2U_I'(\dot{B}_p - \dot{B}_{33}I_p) \\ & + \dot{\lambda}_f U_f'(n_p \otimes n_p) \\ & + \lambda_f U_f'' \dot{\lambda}_f (n_p \otimes n_p) \\ & + \lambda_f U_f'(\dot{n}_p \otimes n_p + n_p \otimes \dot{n}_p). \end{aligned} \quad (4)$$

A taxa do gradiente da deformação vale

$$\dot{F} = LF = \begin{bmatrix} L_p F_p & 0 \\ 0 & L_{33} F_{33} \end{bmatrix}.$$

O gradiente espacial da velocidade  $L$  pode ser decomposto em

$$L = (D + W)$$

em que  $D$  é o tensor taxa de deformação e  $W$  é o tensor da vorticidade. Substituindo obtem-se

$$\dot{F} = \begin{bmatrix} (D_p + W_p)F_p & 0 \\ 0 & D_{33}F_{33} \end{bmatrix}.$$

Como  $D_{33} = -(D_{11} + D_{22})$  vem

$$\dot{F}_{33} = D_{33}F_{33} = \frac{-(D_{11} + D_{22})}{\det F_p}.$$

A taxa do tensor de Cauchy-Green à esquerda é dada por

$$\begin{aligned} \dot{B}_p &= \dot{F}_p F_p^T + F_p \dot{F}_p^T \\ &= L_p F_p F_p^T + F_p F_p^T L_p^T \end{aligned}$$

e a taxa do tensor de Cauchy-Green à direita por

$$\begin{aligned} \dot{C}_p &= \dot{F}_p^T F_p + F_p^T \dot{F}_p \\ &= F_p^T L_p^T F_p + F_p^T L_p F_p. \end{aligned}$$

Como  $C_{33} = B_{33}$  as suas taxas de variação são também iguais pelo que

$$\dot{B}_{33} = \dot{C}_{33} = \frac{\partial C_{33}}{\partial F_{33}} \dot{F}_{33} = 2F_{33} \dot{F}_{33}.$$

A taxa de variação do primeiro invariante do tensor de Cauchy-Green à direita pode então ser calculada através de

$$\dot{I}_1^C = \text{tr}(\dot{C}_p) + \dot{C}_{33}$$

e a taxa de variação do alongamento na direcção da fibra através de

$$\dot{\lambda}_f = \lambda_f (n_p^T D_p n_p)$$

sendo a derivada de  $n_p$  dada por

$$\dot{n}_p = [L - (n_p^T D_p n_p) I_p] n_p.$$

Por fim o jacobiano do tensor das tensões de Cauchy é dado por

$$\frac{\partial \Delta \sigma_p}{\partial \Delta \epsilon_p} = \frac{\partial \dot{\sigma}_p}{\partial D_p} \quad (5)$$

e os coeficientes de rigidez ao corte para  $F = I$  adoptados pelo programa ABAQUS são

$$K_{11}^{ts} = K_{22}^{ts} = \left[ \frac{1}{6} \left( \frac{\partial \dot{\sigma}_{11}}{\partial D_{11}} + \frac{\partial \dot{\sigma}_{22}}{\partial D_{22}} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial \dot{\sigma}_{12}}{\partial D_{12}} \right] t \quad (6)$$

em que  $t$  é a espessura da casca.

## Contração muscular activa

A maior parte da investigação na contração de músculos esqueléticos tem incidido no seu comportamento 1-D ao longo das fibras. O mais conhecido dos modelos propostos é, provavelmente, o modelo de Hill [4]. Este modelo tem permitido simular com sucesso movimentos complexos do corpo humano [3]. Mais recentemente têm vindo a ser considerados modelos 3-D dos músculos [11, 12].

A abordagem seguida neste trabalho admite que a energia de deformação armazenada é composta de duas parcelas: uma relativa à matriz isotrópica e a outra relativa às fibras musculares

$$U = U_I(I_1^C) + U_f(\lambda_f, \alpha) \quad (7)$$

A parcela da energia de deformação armazenada nas fibras musculares pode ser dividida numa parte passiva elástica e numa parte activa devida à contração:

$$U_f(\lambda_f, \alpha) = U_{pas}(\lambda_f) + U_{act}(\lambda_f, \alpha) \quad (8)$$

em que  $\alpha$  representa o nível de activação o qual pode tomar valores entre 0 e 1.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Alongamento passivo

Para o comportamento passivo do músculo utilizou-se a equação constitutiva proposta por Humphrey e Yin [8] para a deformação do músculo cardíaco. A energia de deformação armazenada na matriz isotrópica é dada por

$$U_I = c\{\exp[b(I_1^C - 3)] - 1\} \quad (9)$$

e a energia de deformação armazenada nas fibras por

$$U_{pas} = A\{\exp[a(\lambda_f - 1)^2] - 1\} \quad (10)$$

para  $\lambda_f > 1$ . No caso contrário considera-se que a energia de deformação é nula o que corresponde a admitir que as fibras não oferecem resistência à compressão.

Apresenta-se, seguidamente, o resultado de uma simulação numérica relativa a uma casca quadrada com  $1\text{cm}$  de lado e  $1\text{cm}$  de espessura. Utilizaram-se dois elementos finitos triangulares. As fibras estão todas alinhadas segundo  $x$  e alonga-se o corpo na direcção das fibras ficando este, no entanto, livre para se deformar na direcção perpendicular (ver Figura 3). Os parâmetros adoptados nas equações de Humphrey (equações 9 e 10) são:  $c = 3,87\text{g}/\text{cm}^2$ ;  $b = 23,46$ ;  $A = 5,84\text{g}/\text{cm}^2$  e  $a = 12,43$ .

A Figura 4 mostra a comparação entre os resultados obtidos para a componente normal de tensão de Cauchy segundo a direcção das fibras e os obtidos analiticamente utilizando (3).

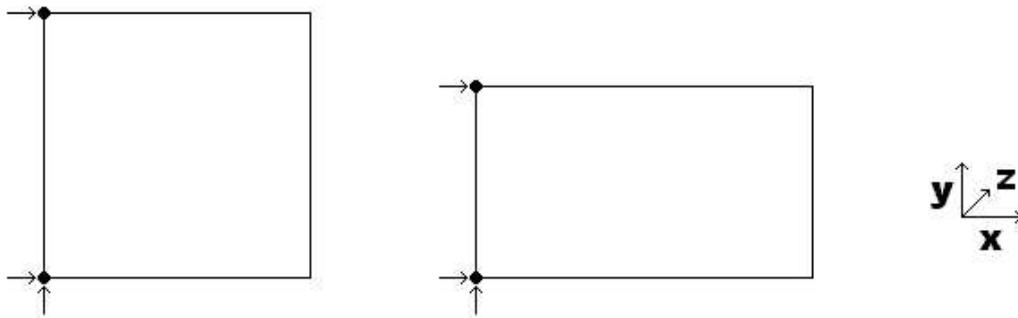


Figura 3. As fibras estão todas alinhadas segundo  $x$ . Impõem-se alongamentos às fibras mas o corpo está livre para se deformar segundo  $y$ .

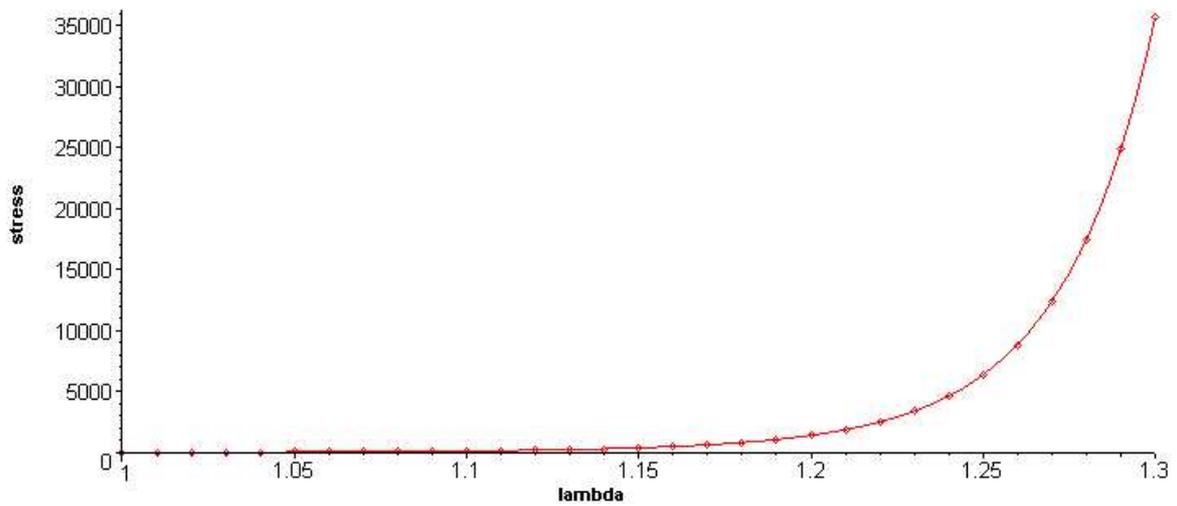


Figura 4. Alongamento passivo de uma casca na direcção das fibras e solução analítica (linha a cheio).

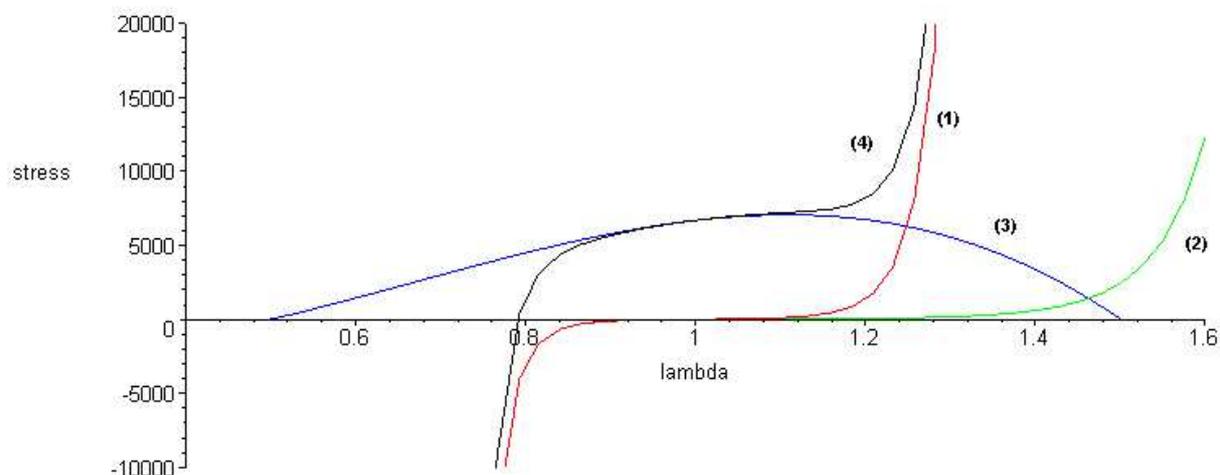


Figura 5. Tensão na direcção das fibras em função do alongamento  $\lambda_f$ : isotrópica (1), fibras (2), activa (3), total (4).

#### 4.2. Contração activa

A força máxima isométrica que um músculo pode gerar depende fortemente de  $\lambda_f$ . Gordon et al [6] testaram uma única fibra esquelética retirada de um músculo esquelético de uma rã. Se  $\lambda_f$  tiver um valor muito pequeno ou muito grande a força cai para zero. Produz-se a máxima força quando  $\lambda_f = 1$ . Adoptou-se, deste modo, a seguinte equação para descrever a contração activa no músculo

$$U_{act} = \alpha T_0^M \int_1^{\lambda_f} -4(\lambda_f - 1)^2 + 1 \quad (11)$$

para  $0,5 < \lambda_f < 1,5$  e em que  $U_{act}$  é maior que 0. Para outros valores de  $\lambda_f$  o músculo não produz força e, portanto, a energia de deformação é nula. De acordo com valores propostos na literatura escolheu-se para tensão de pico no músculo (máxima tensão de tracção que um músculo pode desenvolver em condições isométricas)  $T_0^M = 6688g/cm^2$ .

Repetiu-se o teste efectuado na Secção 4.1 tendo-se incluído agora a tensão activa do músculo. A Figura 5 mostra a tensão total (curva 4) bem como cada uma das suas parcelas – isotrópica (curva 1), passiva (curva 2) e activa (curva 3) das fibras – em função do alongamento  $\lambda_f$ .

Efectuaram-se simulações numéricas da deformação e contração do músculo elevador do ânus utilizando o programa ABAQUS (ver Figura 6). O elevador do ânus foi modelado com elementos de casca triangulares S3 e o comportamento do material definido através da implementação de uma subrotina UMAT em FORTRAN.

É interessante notar que as regiões de tensão máxima ocorrem nos pontos de ligação do elevador do ânus aonde surge a maior parte das lesões que ocorrem no parto.

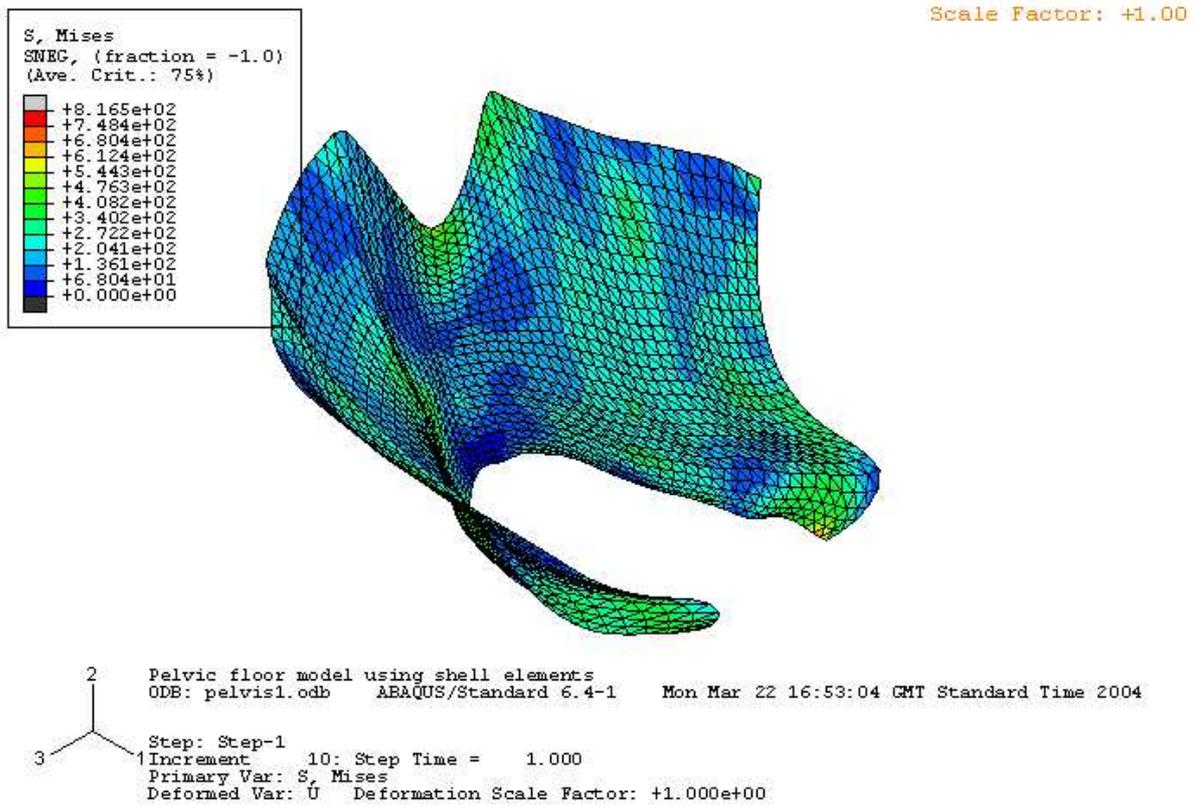


Figura 6. Simulação por elementos finitos do pavimento pélvico.

## 5. DISCUSSÃO E TRABALHO FUTURO

É de importância fundamental descrever correctamente as propriedades materiais de modo a permitir simulações realistas. Contudo existem diferenças quantitativas apreciáveis entre os modelos existentes no que se refere aos parâmetros utilizados [5, 10, 11, 12]. Deste modo, será essencial comparar entre si estes modelos bem como com dados experimentais disponíveis.

O pavimento pélvico é uma estrutura extremamente complicada de um ponto de vista biomecânico. É constituído por músculos e ligamentos e está intrinsecamente ligado aos órgãos que suporta. A modelação exacta de todas as estruturas e das interacções constitui, na verdade, um enorme desafio. Acreditamos, deste modo, que será aconselhável isolar uma parte mais pequena e mais controlável com a qual se poderá mais facilmente validar as hipóteses que foram admitidas.

Claro que a geometria (e possivelmente as propriedades materiais) terá que ser calibrada no paciente para que possa ter alguma importância prática. Como a anatomia é diferente de paciente para paciente a melhor forma será a de recorrer a dados obtidos a partir de imagens MRI. Uma vez o pavimento pélvico segmentado será então possível construir um modelo geométrico baseado nesta informação.

Utilizaram-se, neste estudo, elementos de casca devido à forma do músculo elevador do ânus. Contudo este músculo está ligado a outras estruturas tais como o recto, a vagina e a uretra as quais serão mais adequadamente modeladas com elementos volumétricos. Uma possibilidade a explorar será o uso de elementos sólidos especiais com 8 nós apropriados para estruturas finas [1].

Finalmente espera-se que no futuro um modelo correcto do pavimento pélvico possa permitir uma simulação simplificada do parto dando, desta forma, possibilidade aos médicos de tomarem decisões fundamentadas sobre a sua conduta obstétrica no sentido de prevenir eventuais traumatismos obstétricos.

### Agradecimentos

Este trabalho foi realizado no âmbito do projecto “New materials, adaptive systems and their nonlinearities; modelling control and numerical simulation” no quadro do programa da Comunidade Europeia “Improving the human research potential and the socio-economic knowledge base” (contrato n° HPRN-CT-2002-00284).

### REFERÊNCIAS

- [1] R.J. Alves de Sousa, R.M. Natal Jorge, R.A. Fontes Valente, and J.M.A. César de Sá. A new volumetric and shear locking-free 3d enhanced strain element. *Engineering Computations*, 20(7):896–925, 2003.
- [2] C.I. Bartram and J.O.L. DeLancey, editors. *Imaging Pelvic Floor Disorders*. Springer Verlag, 2003.

- [3] S.L. Delp, J.P. Loan, M.G. Hoy, F.E. Zajac, E.L. Topp, and J.M. Rosen. An interactive graphics-based software system to develop and analyze models of musculoskeletal structures. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 37:757–767, 1990.
- [4] Y.C. Fung. *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer Verlag, 2nd edition, 1993.
- [5] A.W.J. Gielen, P.H.M. Bovendeerd, and J.D. Janssen. A finite element formulation of muscle contraction. In *DIANA Computational Mechanics*, pages 139–148, 1994.
- [6] A.M. Gordon and A.F. Huxley. The variation in isometric tension with sarcomere length in vertebrate muscle fibers. *J. Physiology (London)*, 185:170–192, 1966.
- [7] Lennox Hoyte, Lore Schierlitz, Kelly Zou, George Flesh, and Julia R. Fielding. Two- and 3-dimensional mri comparison of levator ani structure, volume, and integrity in women with stress incontinence and prolapse. *American Journal of Obstetrics and Gynecology*, 185(1):11–19, 2001.
- [8] J.D. Humphrey and F.C.P. Yin. On constitutive relations and finite deformations of passive cardiac tissue: A pseudostrain-energy function. *ASME J. Biomech. Eng.*, 109:298–304, 1987.
- [9] S. Janda, F.C.T. Van der Helm, and S.B. de Blok. Measuring morphological parameters of the pelvic floor for finite element modelling purposes. *Journal of Biomechanics*, 36(6):749–757, 2003.
- [10] M. Kojic, S. Mijailovic, and N. Zdravkovic. Modelling of muscle behaviour by the finite element method using Hill’s three-element model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43:941–953, 1998.
- [11] J.A.C. Martins, E.B. Pires, R. Salvado, and P.B. Dinis. A numerical model of passive and active behaviour of skeletal muscles. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 151:419–433, 1998.
- [12] C.W.J. Oomens, M. Maenhout, C.H.G.A. van Oijen, M.R. Drost, and F.P. Baaijens. Finite element modelling of contracting skeletal muscle. *Phil Trans R Soc Lon B*, 358:1453–1460, 2003.
- [13] Russell K. Pearl, Ray Evenhouse, Mary Rasmussen, Fred Dech, Jonathan C. Silverstein, Sean Prokasky, and Walter B. Panko. The virtual pelvic floor, a tele-immersive educational environment. In *Proceedings AMIA Symposium*, pages 345–8, 1999.